

SADRŽAJ

PREDGOVOR UREDNIKA BIBLIOTEKE	5
PREDGOVOR AUTORA DRUGOM IZDANJU	13
PREDGOVOR AUTORA PRVOM IZDANJU	15

APORETIKA

1. *Savladavanje prepreka korak po korak i odjednom*
Ima slučajeva u kojima je prepreku lakše, ili možda, jedino moguće, savladati korak po korak, dok je u nekim slučajevima to lakše, ili možda jedino moguće, učiniti odjednom 63
2. *Savladavanje beskonačnosti*
Ima slučajeva u kojima izgleda da je beskonačnost moguće savladati odjednom 64
3. *Da li je moguće savladati beskonačnost korak po korak?*
Na osnovu pojma beskonačnosti i prirode savladavanja prepreka korak po korak deluje očigledno da je beskonačnost nemoguće savladati korak po korak, mada su neki filozofi mislili drukčije 65
4. *Jedna aporija savladavanja beskonačnosti korak po korak*
Ako besmrtni Zevs na svaki svoj rođendan bude doživao po jednu, uvek narednu, od beskonačno mno-

go u niz poređanih kosmičkih stanica i ako se ne može navesti ni jedna stanica koja neće biti dozvana, ne znači li to da će Zevs dozvati sve stanice i savladati beskonačnost korak po korak 66

5. „Neki“, „bilo koji“, „svaki“

I imeničke i količinske zamenice „neki“ i „svaki“, a ne samo zamenica „bilo koji“, mogu se upotrebiti i neodređeno; u kvantifikatorskom računu određenost i neodređenost kvantifikatora \exists i \forall zavise od opsega i redosleda uvođenja kvantifikatora 69

6. *Opseg i redosled uvođenja kvantifikatora i izlaz iz aporije*

Tvrdnja da će Zevs dozvati svaku od beskonačno mnogo kosmičkih stanica bila bi istinita kada bi se „svaka“ ostavilo neodređeno, što je upravo slučaj kada se zahteva da se navede navodno nedozivljiva stanica 73

7. „Svaki“ i „svi“ i priroda beskonačnosti rednih brojeva

Kada se „svaki“ upotrebi neodređeno, ono se ne sme zamenjivati sa „svi“; postojanje beskonačnih skupova ne implicira postojanje beskonačnih rednih brojeva 74

8. *Konvergentni nizovi i nesavladivost beskonačnosti korak po korak*

I ako je niz koji treba savladati konvergentan, Zevs ne može savladati beskonačnost korak po korak, jer se ne može osloboditi ukletog svojstva konačnosti, koje se rekurzivno održava 77

9. *Da li se obična trka može shvatiti kao savladavanje beskonačnosti korak po korak?*

Ako se obična trka može predstaviti kao savladavanje beskonačnosti korak po korak, onda i ono što deluje očigledno moguće, kao što je Ahilovo dostignuće kornjače, počinje da izgleda nemoguće 78

10. *Dosegnuće tačkaka i prelaženje rastojanja*
 Analogija između Zevsovog zadatka da dozove beskonačno mnogo kosmičkih stanica i Ahilovog zadatka da stigne kornjaču opravdana je, kako izgleda, zato što i za beskonačno mnogo mikrostanica, a ne samo za beskonačno mnogo geometrijskih tačkaka, ima dovoljno mesta na jednom ograničenom prostoru 80
11. *Sporan ontološki status tačkaka*
 Način postojanja tačkaka nije bio kroz istoriju jednoznačno određen; s obzirom na jednu od mogućih formulacija Ahilovog zadatka, moramo se zapitati postoje li tačke u čulnom svetu 81
12. *Da li se geometrijske tačke i linije mogu opažati?*
 Geometrijske linije i tačke se mogu videti, pošto se može videti kako se raznobojne površine uzajamno ograničavaju 82
13. *Opazanje geometrijskih površina*
 Ako se dva prostranstva obasjana različitom svetlošću uzajamno ograničavaju i ako dok smo u jednom ne možemo videti nijedan deo drugog, nećemo li gledajući iz jednog prema drugom videti geometrijsku površinu i ne vidimo li, štaviše, geometrijsku površinu i onda kad gledamo crni zid? 86
14. *Vizuelni i taktilni svet*
 Svet našeg iskustva je svet ujedinjenog iskustva i zato opravdano kažemo da vidimo zid i onda kad vidimo samo geometrijsku površinu 87
15. *Geometrijski i materijalni svet*
 Materijalna tela kojima se bavi fizičar i geometrijska su: nije sve što uočavamo i o čemu govorimo kada su u pitanju *materijalna tela materijalno: njihov oblik je nematerijalan* 91

16. *Dodirivanje*
 Dva tela se dodiruju tako da mogu tvoriti kako kontinuum tako i kontingent; dva materijalna tela se mogu dodirivati kontigualno-kontinualno, kontigualno budući materijano raznorodna, kontinualno budući geometrijska 92
17. *Porodica postojanja*
 Ontolozi na razne načine govore o postojanju, vršeći često ontološku redukciju, no za konstrukciju aporije, radi koje se bavimo ontologijom, dovoljno je to što geometrijski objekti postoje u čulnom svetu u smislu koji je određen u §§ 12–16 98
18. *Trenutak*
 Trenutak u vremenu odgovara tački u prostoru, on je granica dva intervala koji su raznorodni s obzirom na promenu koja se tokom njih dešavala 100
19. *Dosegnuće tačaka*
 U cilju prevladavanja disanalogije između stanica koje Zevs doziva i tačaka koje Ahil doseže, Ahilov put obasjavamo sa beskonačno mnogo međusobno različitih svetlosti 101
20. *Staccato trčanje*
 Da bi smo aktualizovali Ahilova dodirivanja međusobno raznobojnih prostranstava, tražimo od Ahila da trči *staccato*, da se zadržava na kraju svakog prostranstva, mada dovoljno kratko da bi na cilj trebalo da stigne u ograničenom vremenu 102
21. *Legato brojanje*
 Zevs broji deonice Ahilovog puta koje se smanjuju geometrijskom progresijom; koliko ih je izbrojao stigavši s Ahilom na cilj? 103

22. *Trkač koji neobično usporava i trkač koji neobično ubrzava*
 Kada uslovi konvergencije nisu zadovoljeni i s obzirom na prostorne i s obzirom na vremenske intervale, već su zadovoljeni samo za jedne od njih, trkač ili ne može stići do konačno udaljenog cilja a da to prestaje da bude čudno na način na koji je bilo čudno u Ahilovom slučaju, ili izgleda kao da trkač može dosegnuti tačku beskonačno udaljenu od početne – jer neograničeno ubrzava 104
23. *Mašine koje izvršavaju „super-zadatke“*
 U „veku tehnike“, filozofi su izumeli mnoge mašine koje bi trebalo da izvršavaju zadatke s beskonačno mnogo akata, da bi na njima ispitivali teze o mogućnosti ili nemogućnosti savladavanja beskonačnosti korak po korak 107
24. *Aporija nedostižnosti i aporija nepokretnosti*
 Ako se svaki dati cilj može učiniti nedostižnim zahvaljujući nekoj konstrukciji poput Ahila, mogli bismo zaključiti da je nemoguće i pomeriti se 109

GIGANTOMAHIJA

25. *Kako se suočiti sa istorijom*
 Dveipohiljadegodišnja istorija Zenonovih dokaza protiv mnoštva i kretanja sastoji se iz filološko-filozofskih rekonstrukcija izvornih argumenata, svesnih i nesvesnih varijacija na Zenonovu temu – ne samo u filozofiji već i u matematici i fizici – i raznovrsnih odgovora na Zenonov izazov; ponuđena rešenja su ovde klasifikovana prema opštoj strategiji odnošenja prema problemu 113

A. NEGATIVNA DIJALETIKA

26. *Vreme nastanka Zenonovih dokaza i značaj nezavisne rekonstrukcije prethodnih učenja*
Vreme nastanka Zenonovih dokaza važno je ne samo radi otkrivanja Zenonovih pobuda i ciljeva, već i radi tačnog određenja strukture njegovih dokaza 116
27. *Da li ranopitagorejska matematika sadrži neku koncepciju osnovnih geometrijskih objekata?*
Nikakve pitagorejske koncepcije osnovnih geometrijskih objekata nije moralo biti u vreme nastanka Zenonovih dokaza: matematička znanja Pitagorejaca pre Zenona ne impliciraju nikakvu takvu koncepciju, a neposredna evidencija o tome ne postoji 118
28. *Neizvesnost oko korišćenja infinitezimala u grčkoj matematici*
Nema nikakve direktne evidencije o tome da su se grčki matematičari koristili nekakvom infinitezimalnom metodom, a posredno zaključivanje o postojanju takve metode je neuverljivo 123
29. *Otkriće nesamerljivosti*
Najverovatnije je da se otkriće nesamerljivosti dijagonale i stranice kvadrata desilo posle nastanka Zenonovih dokaza: suprotno mišljenju izvesnih istraživača, verovatno je da Zenon nije stupio na istorijsku scenu u trenutku krize osnova grčke geometrije 124
30. *Pitagorejsko učenje o broju i proporciji*
Pitagorejci su do učenja o broju i proporciji verovatno došli istraživanjem odnosa dužina žica prilikom proizvodjenja konsonantnih muzičkih intervala: brojevi su se prvobitno javljali samo u odnosu dužina i nisu se odnosili na tačke, sa ili bez veličine, što inače misle mnogi istraživači 126

31. *Aritmetizovanje geometrije kod ranih Pitagorejaca*
 Učenje o broju i proporciji primenjeno je i pri upoređivanju dveju geometrijskih oblasti, u metodu višestruke aplikacije jedne oblasti 130
32. *Parmenidovo učenje o homogenom, kontinuiranom, jedinstvenom biću*
- a) *M e t o d*
 Najverovatnije je da je Parmenid attribute postojanja, homogenosti, kontinuiranosti i jedinstvenosti pripisuje onome o čemu se jedino sa smislom može govoriti, a do čega se dolazi svođenjem na apsurd drugih „mogućnosti“ 133
- b) *H o m o g e n o s t*
 Ono što potoji ne može biti u sebi različito ili deljivo s obzirom na karakteristiku postojanja: ono je kao postojeće svuda isto 136
- c) *K o n t i n u i t e t*
 Pošto nema delova onoga što postoji koji bi se mogli jedni na druge nadovezivati, Parmenid *συνεχές* upotrebljava na nov način, primenjujući ga na samo jedno biće, čime kontinuiranost postaje obeležje jedne stvari a ne relacija između dve stvari 137
- d) *J e d i n s t v e n o s t*
 Bez heterogenosti ili diskontinuiranosti nema mnoštvenosti i utoliko je ono o čemu se jedino sa smislom može govoriti jedno i jedinstveno biće 138
33. *Identitas indiscernibilium i indiscernibilitas identitatum kod Parmenida i Melisa*
 Kod Parmenida je princip *identitas indiscernibilium* princip negativne dijalektike kojom se svode na apsurd razne „mogućnosti“ a *indiscernibilitas identitatum* je ontološki princip kojim se karakteriše ono o čemu se jedino može smisljeno govoriti; kod Melisa je, kako izgleda, *identitas indiscernibilium* načelo za-

- hvaljujući kojem smrtnici istinito govore o onome što navodno razlikuju 140
34. *O kakvoj je sve mnoštvenosti reč kod Empedokla i Anaksagore?*
 Po Empedoklu sve propadljive stvari nastaju uzajamnim umetanjem četiri nepropadljiva, kvalitativno različita korena, koji time gube neke karakteristike Parmenidovog bića; Anaksagora je, govoreći o mnoštvu različitih semena svega što postoji, dopustio postojanje beskonačne kvalitativne izdiferenciranosti ograničenih tela 141
35. *Osnovni elementi iz pojmovne mreže u Zenonovim dokazima protiv mnoštva*
- a) *M n o š t v o*
 Elemente mnoštva u pluralističkoj hipotezi koju Zenon pobija čini sve ono do čega bi se moglo doći kad bi se dopustilo deljenje parmenidovskog kontinuiranog bića 144
- b) *T a č k a*
 Iako nije upotrebljavao reč *στιγμή*, Zenon je, možda prvi, govorio o matematičkom entitetu koji će kasnije biti nazvan tim imenom; takozvanim Zenonovim aksiomom tvrdi se da se od takvih entiteta ništa ne može sačiniti 146
- c) *V e l i č i n a, d e b l j i n a, m a s a*
 Upotrebljavajući reči *μέγεθος* i *πάχος*, možda i *ὄγκος*, Zenon praktično operiše pojmom dimenzije; pošto „tačka“ ne može biti element navodno postojećeg mnoštva, kao kandidat za element mnoštva preostaje samo ono što je telesno, što ima veličinu i debljinu (i masu) 156
- d) *D o d i r i v a n j e*
 Prema najuverljivijem prevodu i interpretaciji fragmenta *DK 29 B 1*, kod Zenona se ne govori o problemu mogućnosti dodirivanja elemenata mnoštva 156

- e) **M e s t o**
 U aporiji mesta reč je o neodređenosti mesta ili beskonačnosti prostora na kojem se, odnosno u kojem se nalazi neko telo 157
- f) **D e l j e n j e**
 Za poentu Zenonovih argumenata protiv postojanja mnoštva nije važno da li se deljenje kojim se dolazi do delova kao elemenata mnoštva shvati kao sečenje ili samo kao „deljenje u mislima“, važno je jedino da se, po pretpostavci, delovi deobom otkrivaju a ne stvaraju 158
- g) **B e s k o n a č n o s t**
 U Zenonovom pobijanju pluralističke hipoteze ἄπειρον se može odnositi na neodređenost mnoštva (u vezi s neodređenošću jedinice), beskonačnost delova po broju, neizmernost tela u pogledu veličine, beskonačnost procesa deljenja i beskonačnost procesa dodavanja (u aporiji mesta) 159
- h) **H o m o g e n o s t**
 Dokazi protiv mogućnosti postojanja mnoštva su tako konstruisani da njihova poenta eventualno biva ugrožena tek ako se pretpostavi da delovi, da bi bili delovi, moraju biti međusobno kvalitativno izdiferencirani 163
- i) **K o n t i n u i t e t**
 Mada se o deljivosti kontinuuma najčešće govori u hipotetičkom smislu, na nekim mestima je teško ne priznati da se Zenon o njoj izjašnjava kategorički 164
- j) **J e d n o**
 Antički komentatori razlikuju pravo jedno (κυρίως ἓν) i navodne jedinice koje upravo na osnovu Zenonovih dokaza treba da budu odbačene kao jedinice; nije sasvim sigurno da Zenon ne dovodi u pitanje i Parmenidovo Jedno, iako komentatori tvrde da on to ne čini 165

k) B i ć e

Tà ὄντα iz pluralističke hipoteze koja se pobija telesna su bića, s veličinom i debljinom (i masom), i, eventualno, u pobijanju drugog roga dileme, tačke bez ikakve veličine 167

36. *Struktura i poenta Zenonovih dokaza protiv mnoštva*
Zenonovi dokazi iz DK 29 B 1-3 izvode *reductio ad absurdum* pluralističke hipoteze, hipoteze da postoji mnoštvo bića; ovi dokazi se mogu podeliti u dve grupe: one u kojima je ἄπειρον neohodno prevoditi sa „beskonačno“ i one u kojima ga je dovoljno prevoditi sa „neodređeno“; da bi pobijanje pluralističke hipoteze predstavljalo ujedno i afirmaciju monističke, neohodno je koristiti u ovom slučaju princip *tertium non datur*, a nije sasvim izvesno da je to Zenon činio 170

37. *Zenonovi dokazi protiv mnoštva na filozofskoj sceni*
Poređenje nezavisno izvedenih rekonstrukcija, s jedne strane Zenonovih dokaza protiv postojanja mnoštva, s druge strane njima prethodećih učenja, ukazuje da su se ovi Zenonovi dokazi mogli upotrebiti za pobijanje učenja Pitagorejaca i Anaksagore, ali razlozi za takvo uverenje nisu oni koji se uobičajeno navode 174

38. *Zenonove kinematičke aporije*

a) D i h o t o m i j a

Prema Aristotelovom tekstu, problem savladavanja beskonačnosti o kojoj je reč u ovoj Zenonovoj aporiji može da se shvati ili kao problem dosegnuća beskonačno mnogo tačaka ili kao problem prelaženja beskonačno mnogo deonica nekog ograničenog puta; beskonačni niz tačaka, ili rastojanja, ne mora se na osnovu Aristotelovog teksta interpretirati kao opadajuća geometrijska progresija, što se inače od vremena Simplikija i Filopona redovno čini, a ako se

uzme da geometrijska progresija jeste opadajuća, onda se *Dihotomija* razlikuje od uobičajenih Zenonovih svođenja na apsurd, jer se trkaču ne dozvoljava da krene da bi se tek potom njegovo kretanje pokazalo apsurdnim 181

b) *A h i l*

Sporiji trkač koga Ahil juri može se iskoristiti da se bilo koji dati položaj učini nedostižnim pošto se mogu varirati početni položaj u trci i brzina sporijeg trkača 184

c) *S t r e l a*

Nije neophodno prepravljati tekst Bekerovog izdanja Aristotelove *Fizike*, što se uobičajeno čini, da bi se razumela poenta ove aporije: ako strela dok leti treba da ostane onolika kolika je kad miruje, ona se ne može kretati, jer da bi promenila položaj ona mora zauzimati prostor koji je veći od nje (kad miruje) a da se, u isto vreme, bivanje u tom prostoru ne može razložiti u niz stanja u kojima strela zauzima prostor koji joj je jednak 185

d) *S t a d i o n*

Nije potrebna nikakva rekonstrukcija ove aporije, poput takozvane francuske interpretacije, da bi poenta bila značajna: *Stadion* pokazuje nejednoznačnost dužina prostornih i vremenskih intervala u izvesnim kinematičkim uslovima uprkos pretpostavljenoj fiksiranosti jedinice mere 191

39. *Dokazi protiv mnoštva i kinematičke aporije*

Uz sve međuspbne sličnosti, kinematičke aporije su u jednom važnom pogledu elementarnije od dokaza protiv postojanja mnoštva i dovode nas u veće teškoće: prvi korak u destrukciji sveta u kojem živimo predstavlja „ukidanje“ kretanja, a ono je u kinematičkim aporijama „operativno“, utoliko naime što učesnici u zbivanjima samim činom „proizvode“

- paradoksalne efekte; za teškoće koje stvaraju kinematičke aporije dovoljan nam je „slabiji“ pojam beskonačnosti, beskonačnost u dinamičkom smislu 201
40. *Opšti rezultat Zenonove negativne dijalektike*
 Ako prihvatimo pretpostavke na kojima počivaju Zenonovi dokazi protiv mogućnosti postojanja mnoštva i kretanja, moramo prihvatiti i zaključke 204
41. *Reakcije koje prihvataju opšti rezultat negativne dijalektike*
 Prihvatiti Zenonove zaključke i zatim se, poput Antistena, prošetati i uveriti se da kretanja ipak ima, dovelo bi nas u jednu tertulijansku situaciju: *credo quia absurdum est*; skeptik koji prihvata Zenonove zaključke interpretira rezultat strogo *ad hominem*: on lično s obzirom na ponuđene dokaze ne vidi kako bi mnoštvo i kretanje bili mogući; retoričar prihvata dokaze da bi zbunjivao druge; ontološki nihilista, kao što je Gorgija, radikalizuje zaključke do tvrdnje da ništa ne postoji; Bredli čitav šaroliki svet promene proglašava prividom iza kojeg se krije „prava“ stvarnost 205
42. *Teškoće odgovora koji prihvataju rezultat negativne dijalektike*
Credo quia absurdum est je antifilozofsko geslo; skeptik je pošten ali nezadovoljan; pozicija retoričara ne odgovara onome ko je i sam zbunjen; iza ontološkog nihiliste krije se retoričar; proglasiti pak prividnim nešto za šta smo bili uvereni da je stvarno a ne objasniti kako taj privid nastaje ne zadovoljava nas ni načelno, a naročito ne u onim slučajevima – kao što je ovaj kojim se bavimo – gde je postularanje nedokučive „prave“ stvarnosti izazvano upravo našom nemoći da immanentno rešimo teškoće u koje smo zapali 208

B. ATOMIZAM

43. *Elejci i rani atomizam*

Leukipov i Demokritov odgovor Elejcima prvi je u seriji odgovora koji ne dovode u pitanje opštu hipotezu o postojanju mnoštva i kretanja, već neku od specijalnih premisa neophodnih za Zenonov zaključak 212

44. *Paradoks predikacije i prihvatanje postojanja kvalitativnih razlika*

Stvari koje su iste s obzirom na neko obeležje mogu se razlikovati s obzirom na neko drugo obeležje, bivajući tako i iste i različite: praznina je „nebiće“ kao „nešto drugo“ – kao nešto što se razlikuje od pune – ali i ona postoji 213

45. *Dokaz protiv mogućnosti beskonačne deljivosti*

Zenon u dokazima protiv postojanja mnoštva nije dokazivao da atoma nema već je pod pretpostavkom da je deljenje dopušteno *a priori* isključivao njihovo postojanje; atomisti su Zenonovu argumentaciju koristili kao apagoški dokaz za postojanje atoma, spasavajući tako mogućnost postojanja mnoštva 215

46. *U kom smislu i zbog čega su atomi nedeljivi?*

Atomu moraju postojati iz razloga koje nam pruža Zenonova dijalektika (§ 45), a nedeljivi su po obeležju neprodornosti, dakle, fizički; sićušnost atoma nije uzrok njihove nedeljivosti ali omogućava da se objasni zašto se u iskustvu ne srećemo s njima; sa stanovišta realnosti geometrijska tačka gledišta je sekundarna u odnosu na fizičku i zato se može reći da su atomi, budući fizički nedeljivi, u stvari najmanje veličine 216

47. *Teškoće fizičkog atomizma*
 Nije glavni problem fizičkog atomizma u definicionom *fiat* kojim je ograničena deoba, već u tome što praznina nije kvantizovana, pa nema odgovora ni na *staccato* ni na *legato* verziju Ahila 223
48. *Rana rasprava o osnovama geometrije i nastanak geometrijskog atomizma*
 Moguće je da je Platon, shvatajući tačke, linije, površine i tela kao nuladimenzionalne, odnosno jednodimenzionalne, odnosno dvodimenzionalne, odnosno trodimenzionalne entitete, samo tvrdio da je kontinuitet matematičkih rodova takav da se sadržanost viših rodova u nižim, zbog manjka bar jedne dimenzije, ne može shvatiti preko pojma konstituisanja: svi rodovi su nešto *sui generis*; no moguće je da je u cilju ostvarenja kontinuiteta među matematičkim rodovima on, bar jedno vreme, zagovarao učenje o nedeljivim, minimalnim linijama, odnosno površinama, mada je moguće, isto tako, da je to činio tek Ksenokrat 225
49. *Kvantizacija prostora i vremena*
 Uprkos peripatetičkoj kritici učenja o nedeljivim linijama, Epikur je uveo prostorna i vremenska *minima*, dovršavajući time ono što su rani atomisti započeli kvantizujući puninu; time se rešavaju i neke teškoće iz domena kinematičke aporetike 231
50. *Teškoće geometrijskog atomizma*
 Pored raznih drugih teškoća geometrijskog atomizma, najgore je to što je moguć *reductio ad absurdum* tvrdnje o postojanju epikurejskih *topona* i *hronona* pomoću takozvane francuske interpretacije *Stadiona* 237

51. *Kinematički atomizam*
 Kinematički atomizam je učenje u kojem se prihvata nužnost postojanja nedeljivih, ili bar aktualno neizdeljenih, vremenskih intervala bez tome analognog uvođenja prostornih, ili bar fizičkih, atoma 241
52. *Teškoće kinematičkog atomizma*
 Glavna nevolja kinematičkog atomizma koji govori o nedeljivim vremenskim intervalima je u tome što je moguć *reductio ad absurdum* tvrdnje o postojanju *hronona* uprkos neprihvatanju postojanja *topona*; verzija kinematičkog atomizma u kojoj bi se zagovarala nužnost postojanja najkraće aktualno nepodeljene faze neke određene promene, bez obzira što vreme te faze ne mora inače biti nedeljivo, ne predupređuje, pak, mogućnost konstrukcije *staccato* verzije *Ahila* 243

C. FINITIZAM

53. *Negativno i pozitivno određenje finitizma*
 Negativno određeno, finitisti su svi oni koji su anti-infinitisti, naime, svi oni koji tvrde da se smisleno ne može reći, ili barem da se ne može istinito reći, da se nešto što je ograničeno poput kamena, puta ili vremenskog intervala sastoji iz beskonačno mnogo delova, odnosno faza; pozitivnu tezu finitizma, odnosno finitizam u užem smislu, izložićemo u § 57 246
54. *Jezičko-logički razlozi protiv infinitizma*
 Analizom pojmova dela i celine utvrđuje se da je infinitistička teza analitički neistinita 247
55. *Logičko-matematički argumenti protiv statičkog infinitizma*
 Infinitista svoju tezu može formulisati uvodeći nove reči i redefinišući relevantne pojmove; pokazuje se,

- međutim, da je bar pod standardnim matematičkim pretpostavkama moguć *reductio ad absurdum* teze statičkog infinitizma 249
56. *Logičko-matematički argumenti protiv dinamičkog infinitizma*
 Prateći sporenja savremenih infinitista i antiinfinitista na primerima rada mašina iz § 23, pokazuje se da je pod standardnim matematičkim pretpostavkama moguć *reductio ad absurdum* i teze dinamičkog infinitizma: nemoguće je obaviti beskonačno mnogo sukcesivnih diskretnih akata 255
57. *Pozitivna teza finitizma*
 Savremeni finitisti se koriste Fregeovom i Gičovom analizom iskaza o identitetu da bi utvrdili kako tek upotreba neke zajedničke imenice (*count noun*), zahvaljujući kojoj deo postaje deo određene vrste, omogućava brojanje delova; s obzirom na bilo koji tako određeni deo, ograničeni predmet je konačan 265
58. *Finitističko rešenje kinematičkih aporija*
 Kao što staza kojom Ahil trči sadrži konačno mnogo kamenčića, grumena zemlje ili travki, tako će i Ahil u konačnom broju koraka stići kornjaču i, uopšte, sve ono što će Ahil učiniti ograničeno je po broju; bez obzira na koji način identifikujemo vremenske intervale, strela u tim intervalima zaista zauzima prostor koji je veći od nje, a smisao u kojem govorimo o zauzimanju prostora u trenutku – derivativan je 268
59. *Teškoće finitizma*
 Identifikovanje deonica koje Zevs broji u *legato* verziji Ahila dovoljno je dobro određeno s obzirom na finitističke zahteve a da pri tom finitista ne može da odgovori na pitanje o broju tako izbrojanih deonica po Ahilovom i Zevsovom prispeću na cilj; sam

dokaz nemogućnosti izvršenja beskonačno mnogo akata ne pomaže nam da odgovorimo na to pitanje 273

D. RADIKALNI EMPIRIZAM

60. *Iskustvo i zahtev za beskonačnom deljivošću*

Raznobojna prostranstva iz § 19 kroz koja Ahil trči smanjuju se do reda veličina koje su za nas i našu fiziku ništavne; u *staccato* verziji iz § 20 od Ahila se traži da se „odmara“, sve kraće i kraće, pošto „prevali“ put kroz svako od takvih prostranstava, a u *legato* verziji iz § 21 Zevsov perceptivni prag mora neograničeno da se snižava; brzina rada mašina iz § 23, koje treba da obavljaju super-zadatke, i načelno je nezamislivo velika iz perspektive konstruktora koji bi trebalo da ih napravi stvarno a ne samo u mislima; da li su teškoće sadržane u zahtevu za beskonačnom deljivošću „puke tehničke“ teškoće? 276

61. *Subjektivni idealizam*

Barkli, najradikalniji među radikalnim empiričarima, oslobodio se problema vezanih za beskonačnu deljivost ustanovivši da postoje konačno velika perceptivna *minima* a da u isto vreme *esse est percipii*: predmet, staza ili trka gube svoj identitet ako se deoba nastavi preko određene tačke; psihologija percepcije spasava Barklijevo stanovište od svođenja na apsurd pomoću neke od francuskih varijanti *Stadiona* 278

62. *Teškoće subjektivno-idealističkog rešenja*

Barklijevo rešenje nas ne zadovoljava iz sličnih razloga iz kojih nas nije zadovoljilo Bredlijevo (§ 42): teškoća se oslobađamo tako što prosto ukidamo identitet, odnosno oduzimamo realitet onome za šta su teškoće prvobitno bile vezane a u postojanje

- čega smo prethodno verovali i o čemu i dalje uspešno govorimo u ostalim slučajevima 283
63. *Pozivanje na običan jezik i naučni empirizam*
 Možda na osnovu beskonačne deljivosti prostora ne bismo smeli da zaključimo da su i tela beskonačno deljiva, jer se deljivost prostora zasniva na izvesnom matematičkom shematizmu; kako običan tako i naučni jezik pokazuju „ograničenja skale primene reči“, tako da se, recimo, ne može opravdano govoriti o „skoku od jedne hiljaditine inča“ ili o „šarenom prostoru veličine jednog bilionitog dela čiode“: naši zahtevi u formulaciji aporija prekoračuju granice empirijski opravdane upotrebe reči 286
64. *Teškoće u pozivanju na običan jezik i naučni empirizam*
 Manevrom radikalnog empiričara mogućnost beskonačne deobe je samo dovedena u pitanje, pošto postojanje ograničenja na skali primene nekih termina ne dokazuje da ona moraju uvek postojati: radikalni empiričar u najboljem slučaju govori o nečemu što je verovatno i što bi *de facto* ukinulo naše teškoće; mi se, međutim, pitamo o nečemu što možda nije verovatno, ali što kao moguće zahteva drugačiji odgovor 294

E. INDEFINITIZAM

65. *Neograničena brojnost mogućih i ograničenost broja stvarnih delova celine*
 Indefinitizam je opšti naziv za svako stanovište po kojem zenonovskih teškoća treba da se oslobodimo tako što ćemo tvrditi da iako nema najvećeg mogućeg broja delova ili faza neke celine, njihov broj ipak mora biti konačan. 299

66. *Primarna značenja, načini postojanja i aporija celine i delova*

Iako je ukazivanje na πολλαχῶς λεγόμενα smatrao nužnim preduslovom za rešavanje elejskih aporija, Aristotel to nije smatrao i dovoljnim za njihovo rešenje; o postojanju, jedinstvenosti i mnoštvenosti zaista se govori na višestruk način, ali je jedno značenje primarno; zavisno od toga da li je reč o homogenim ili heterogenim, kontinualno ili kontigualno spojenim stvarima, moramo, imajući u vidu primarna značenja, prednost davati čas jedinstvenosti čas mnoštvenosti 300

67. *Neodređenost i potencijalna beskonačnost*

Stvar koja je u supstancijalnom smislu jedinstvena može u tom smislu u isto vreme biti mnoštvena samo potencijalno; razlikujući ono što će kasnije biti nazvano beskonačnošću u sinkategorematskom smislu od onoga što će se zvati beskonačnošću u kategorematskom smislu, Aristotel dokazuje da nikakvom deobom ne bismo mogli namesto jedne dobiti beskonačno mnogo supstancija: beskonačnost je nužno, a ne samo akcidentalno potencijalna 309

68. *Način postojanja geometrijskih objekata*

Geometrijski objekti postoje samo kao granice geometrijskih objekata viših dimenzija, odnosno, u krajnjoj liniji, tela; u definiciji tela kao supstancije može se pominjati ili bar implicirati oblik tela jer je telo ograničeno, ali takva definicionalna implikacija ne znači ontološki prioritet oblika, naprotiv, fizička tela imaju ontološku prednost u odnosu na matematičke objekte 314

69. *Prvo indefinitističko rešenje kinematičkih aporija*

Kretanje tela može biti sastavljeno iz delova ili faza, utoliko što put može biti sastavljen iz delova a sâmo kretanje biti diskontinuirano ili nejednoobrazno,

no broj delova ili faza mora biti konačan i to je osnov za rešenje *Dihotomije* i *Ahila*; činjenica da se telo u trenutku, kao granici, niti kreće niti miruje, dok u bilo kojem vremenskom intervalu njegov položaj nije strogo određen s obzirom na tela u odnosu na koja se kreće, predstavlja osnov za rešenje

Strele i Stadiona 317

70. *Nemogućnost beskonačnosti stvarnih i beskonačnost mogućih delova*

Zanimljivost Kantovog indefinitizma je u tome što on, za razliku od Aristotela, nije antiinfinetista u slučaju da je reč o mogućim delovima tela; ne samo što telo uvek možemo podeliti na više delova nego što ih trenutno ima, već je broj mogućih delova (prostora) s kojima se deobom susrećemo beskonačan 322

71. *Kinematički monizam*

Kako se kinematički atomizam odnosi prema fizičkom, odnosno geometrijskom atomizmu, tako se Bergsonov kinematički monizam odnosi prema Kantovom indefinitizmu; dok se prostorne veličine mogu sastojati iz neograničeno mnogo delova, u šta se uveravamo deobom kojom se u načelu na njima ništa ne menja, neprekinuto kretanje je jedinstveno u tom smislu da samim svojim odvijanjem isključuje deobu, pošto bi u slučaju deobe prestalo da bude ono što jeste 327

72. *Operacionalizacija indefinitističke teze*

Iz toga što smo izvršivši neki zadatak izvršili i beskonačno mnogo mogućih zadataka, ne sledi da taj zadatak možemo obaviti tako što bi smo prethodno izvršili beskonačno mnogo zadataka; prema Hintonu i Martinu, *staccato* i *legato* verzija iz §§ 20, 21 bile bi suštinski različite od onoga što se dešava kad Ahil trči: stići na cilj na način kako je u tim verzi-

- jama zahtevano nemoguće je, dok je Ahilu stići na cilj vrlo jednostavno 330
73. *Status beskonačnosti i ograničenje važenja principa isključenja trećeg u intuicionističkoj matematici*
 Ako je, iz razloga koje navode indefinitisti, i matematička beskonačnost samo potencijalna i ako je treba tretirati samo na dinamički način, onda, kad domeni nisu konačni, treba ograničiti i korišćenje principa isključenja trećeg na slučajeve u kojima je zakon nastajanja beskonačnosti takav da to dopušta 333
74. *Intuicionistička definicija realnog broja*
 Zbog ograničenja važenja principa isključenja trećeg, moguće je da ima suštinski nerešivih matematičkih problema, koji omogućuju da se pogodnim izborom takozvanog letećeg svojstva konstruišu nizovi koji bi u klasičnoj matematici bili smatrani generatorima realnog broja, a koji više ne određuju jedinstven broj; neophodno je razlikovati jednakost od koincidiranja i odeljenost od nejednakosti i preispitati definicije osobina uređenosti, diskretnosti, gustoće, odvojivosti u sebi, zavisnosti i kompaktnosti, koje su klasično važile za skup realnih brojeva 341
75. *Shvatanje kontinuuma u intuicionističkoj matematici*
 Čitav niz sličnosti između filozofskih indefinitističkih teorija i ne samo filozofskih osnova već i mnogih posledica u razvijenoj intuicionističkoj matematici najvidljiviji je u teoriji kontinuuma koji je, intuitivno, medijum slobodnog nastajanja elemenata kojih je on, formalno, definišuće svojstvo, a čiji je poredak samo virtualan 348
76. *Teškoće indefinitizma*
 Uz svu iznijansiranoost i razrađenost indefinitističkih ideja, nismo dobili odgovor na pitanje o broju Ahilovih zaustavljnja iz *staccato* verzije i izbrojanih

deonica iz *legato* verzije, a da nam, u isto vreme, nije pokazano šta eventualno s pitanjem nije u redu; osim toga, Aristotelov dokaz da se neprekinutim kretanjem konačni put mora preći u konačnom vremenu pogrešan je, što pokazuje slučaj usporavajućeg trkača iz § 22; najzad, ima teškoća i u oblasti nekinematičke aporetike koje indefinitisti ne rešavaju: korespondiranjem zgodno izabranog prirodnog zakona nekom matematičkom zakonu beskonačnog nastajanja uvodimo u igru skup tačaka ili intervala koji je aktualno beskonačan 359

F. INFINITIZAM

77. *Dve varijante infinitizma*

Infinitizam je opšti naziv za svako stanovništvo po kojem se u pojedinim ili svim spornim slučajevima dopušta aktualnost beskonačnosti u kategorematskom smislu; razne infinističke teze biće grupisane i odvojeno razmatrane prema tome da li sadrže ili ne sadrže pojam neke vrste infinitezimala 363

I. Infinitizam sa infinitezimalama

78. *Antiinfinistički karakter grčke matematike i potreba za infinitezimalama*

U geometriji postplatonskog doba razvijena je čisto geometrijska teorija proporcije, kojom se prevazilaze teškoće u koje je posle otkrića nesamerljivosti zapala stara aritmetizovana geometrija; grčki metod koji će tek mnogo kasnije biti nazvan metodom ekshaustije, a koji je nastao na temelju čisto geometrijske teorije proporcije, dosledno je finitistički, dok su mu osnovne ontološke pretpostavke indefinitističke, a da bi se doslovno moglo govoriti o iscrpenosti neke oblasti upisanim figurama koje joj se kao gra-

nici neograničeno približavaju, bilo je potrebno uvesti u igru infinitezimale 364

79. *Arhimedov aksiom i heuristička upotreba infinitezimala*

U grčkoj matematici je bilo važno to što su svake dve veličine bile uporedive utoliko što se izvesnim konačnim umnoškom manje veća mogla dosegnuti ili nadmašiti; uprkos tome što je to važno kao aksiom, koji danas nosi njegovo ime, Arhimed je u heurističke svrhe, iako ne u svrhe strogog dokazivanja, površine tretirao kao sastavljene iz linija, pa su kasnije hrišćanski matematičari, prijemčiviji na pojam beskonačnosti, zaključili da su te linije infinitezimalni elementi 371

80. *Infinitezimale kao sastavni deo dokaznog postupka*

Vremenom su infinitezimale postale nezamenljive u izvesnim dokaznim postupcima 375

81. *Geometrijske infinitezimale*

Geometrijski entiteti čija je veličina takva da je sa uobičajenim ograničenim geometrijskim veličinama neuporediva u konačnom broju koraka mogu, kao „beskonačno mali“, igrati ulogu tradicionalnih tačaka, linija i površina a da u isto vreme budu konstituenti entiteta viših dimenzija i da, osim toga, omogućće premošćenje „jaza“ između pravog i krivog; no učenje o geometrijskim infinitezimalama podleže imanentnoj kritici sa stanovišta samog infinitezimalnog metoda, a za „uspešno“ premošćenje „jaza“, ako se „ekshautija“ shvati doslovno, potrebno je napraviti takozvanu Bernulijevu grešku 387

82. *Jezičke igre i aritmetičke infinitezimale*

Da bi negativni, iracionalni ili imaginarni brojevi prestali da budu *numeri falsi*, *numeri surdi* ili *numeri ficti*, potrebno je zaigrati nove jezičke igre, druga-

čije od onih koje se igraju prirodnim brojevima, a to isto važi i za Valisov broj ∞ i njemu odgovarajuću infinitezimalu $1/\infty$; koherentna teorija beskonačnih prirodnih brojeva, odnosno infinitezimala, biće razvijena tek u savremenoj nestandardnoj analizi (§ 86) 393

83. *Kinematičke infinitezimale*

Kako se kinematički atomizam odnosi prema geometrijskom, tako se teorija kinematičkih infinitezimala odnosi prema teoriji geometrijskih infinitezimala; izbegavajući teškoće teorije fluksije koja je trebalo da sadrži samo kinematičke infinitezimale, Njutn je vremenom počeo da se *de facto* koristi alternativnom teorijom, što će kasnije dovesti do utemeljenja infinitezimalnog računa zasnovanog na pojmu granične vrednosti (§ 91) 399

84. *Statičko i dinamičko shvatanje infinitezimala*

Statičke infinitezimale su sve određene veličine – aritmetičke, geometrijske, vremenske ili kinematičke – koje su, po definiciji, manje od svih uobičajenih konačnih veličina; dinamičke infinitezimale su promenljive veličine bilo koje vrste koje, postajući sve manje, bivaju manje od bilo koje fiksirane konačne veličine; dinamičkim shvatanjem infinitezimala infinitizam se potiskuje, jer se beskonačnost koja se tu javlja može interpretirati indefinitistički 410

85. *Statički shvaćene infinitezimale kao korisne fikcije*

Uviđajući sve teškoće vezane za statičko shvatanje infinitezimala, Lajbnic je na kraju napustio filozofski infinitizam, ali je statički shvaćene infinitezimale zadržao u *calculusu* kao „korisne fikcije“ 416

86. *Statičke infinitezimale u savremenoj nestandardnoj matematičkoj analizi*

Sredstva razvijene matematičke logike, naročito teorija tipova, teorija modela i teorema kompaktnosti,

omogućila su Abrahamu Robinsonu da sa lakoćom proširi model N standardne aritmetike do strukture *N koja sadrži beskonačne prirodne brojeve, kao i polje R standardnih realnih brojeva do polja *R koje sadrži i infinitezimale i gde je Arhimedov aksiom, iako formalno sačuvan, negiran s obzirom na svoje intendirano značenje; infinitezimale iz *R imaju sve osobine koje su Lajbnicu u njegovom prvobitnom zasnivanju *calculus*a bile potrebne, a monade se mogu definisati kao skupovi realnih brojeva-tačaka koji su beskonačno blizu nekom broju-tački 419

87. *Teorije infinitezimala i Zenonovi dokazi protiv mnoštva*

Sudbina Zenonovog aksioma u nestandardnoj analizi suprotna je, u izvesnom smislu, sudbini Arhimedovog: iako formalno negiran, on je u relevantnom smislu sačuvan, jer su, s jedne strane, standardne tačke „razdvojene“ nestandardnim, a, s druge strane, nestandardne nisu samostalne na način na koji standardne jesu da bi kao „gotovi elementi“ učestvovala u konstituisanju entiteta viših dimenzija; potrebe samog infinitezimalnog metoda dovele su do uviđanja da infinitezimale ne smeju biti nedeljive i utoliko one nisu tretirane kao $\kappa\rho\rho\acute{\iota}\omega\varsigma \acute{\epsilon}\nu$, ali je zato u nestandardnoj analizi monada kao klasa ekvivalencije dovoljno dobro određeno $\kappa\rho\rho\acute{\iota}\omega\varsigma \acute{\epsilon}\nu$; najveći problemi vezani su za Zenonov argument protiv mnoštva kojim se ograničeni predmet pokazuje kao necelovit, jer se stara formula po kojoj bi konačno rastojanje trebalo da bude konstituisano iz beskonačno mnogo beskonačno manjih može u najboljem slučaju spasti kao „kompenzirajuća fikcija“ 432

88. *Teorije infinitezimala i kinematičke aporije*

Teorije infinitezimala potpuno su nemoćne pred glavnom kinematičkom aporijom, pošto se operacionalizovani problem pred kojim se, recimo, nalazi

Zevs u *legato* verziji, ne može pomeriti na neki niži nivo, jer ni članova niza deonica s konačnim indeksima nije konačno mnogo 439

89. *Glavne teškoće s kojima se sreće teorija infinitezimala*
Priznajući da nijedna dosad razmatrana teorija nije bila toliko „samokritična“, ujedno se uveravamo kako se matematičari uspešno mogu nositi s mnogim teškoćama koje se javljaju u njihovoj praksi i onda kad ta praksa nije filozofski utemeljena 441

II. Infinitizam bez infinitezimala

90. *Dve teze infinitizma bez infinitezimala*
Topološka infinitistička teza predstavlja otvorenu negaciju Zenonovog aksioma, dok se metričkom infinitističkom tezom negira Zenonov zaključak da se konačno rastojanje ni u kojem smislu ne može konstituisati iz beskonačno mnogo manjih, samo su u infinitizmu bez infinitezimala sva podrastojanja konačna 444
91. *Indefinitistička definicija izvoda i integrala i teškoće oko kontinuiteta, diferencijabilnosti i konvergencije*
Košijeva definicija izvoda je indefinitistička, ona sadrži dinamički shvaćene infinitezimale i dinamički pojam teženja, koji se danas infinitistički mogu izbeći prevođenjem na „statički“ jezik pomoću takozvane ϵ, δ -tehnik; teškoće indefinitističkog tumačenja činjenice da ima funkcija prekidnih u jednoj tački ili nediferencijabilnih funkcija, koje je definisao Vajerštras, kao i problemi vezani za uslove koji bi, u nekim slučajevima, opravdavali tvrdnju o postojanju ili nepostojanju jedinstvene granice nekog Košijevog niza, mogu ići u prilog infinitističkom redefinisaju osnovnih pojmova matematičke analize koje su izveli Vajerštras, Dedekind i Kantor 446

92. *Infinitistička definicija iracionalnog broja, Dedekindov presek i Dedekind-Kantorov aksiom*
- Nasuprot starom geometrijskom rešenju problema nesamerljivosti u kojem se o iracionalnom broju kao broju više ne govori, Vajerštras je definisao iracionalni broj čisto aritmetički, kao beskonačno složeni broj; u Dedekindovoj definiciji iracionalni broj je jedinstveni razgraničavač dva aktualno beskonačna skupa brojeva; aksiomom koji nosi Dedekindovo i Kantorovo ime obostrano jednoznačno se korespondiraju elementi skupa svih racionalnih realnih i iracionalnih, transcendentnih realnih brojeva tačkama prave 454
93. *Prostor kao skup tačaka*
- Na osnovu izvesnih rezultata, koji se ovde razmatraju, Kantor je, negirajući Zenonov aksiom, ne samo linearni kontinuum već i čitav višedimenzionalni prostor definisao kao savršen, svuda gust skup nula-dimenzionalnih entiteta kardinalnosti 2^{\aleph_0} 461
94. *Kantorov kontinuum kao skup tačaka i Zenonov aksiom*
- Ono topološko ispitivanje odnosa tačke i linije, linije i površine i površine i tela koje se osniva na Kantorovoj teoriji skupova tiče se samo međusobnog odnosa tih entiteta s obzirom na mogućnost razgraničenja delova; topološki definisan pojam dimenzije nezavisan je od pojma oblika, a u topološkim preslikavanjima irelevantno je pitanje očuvanja oblika 469
95. *Topološka infinitistička teza i jedna indefinitistička reinterpretacija Kantorove definicije realnog broja*
- Zahvaljujući tome što u Kantorovoj definiciji realnih brojeva racionalni brojevi iz nizova kojima su definisani realni sami još nisu realni, moguće je indefinitistički reinterpretirati Kantorovu definiciju i

- to iskoristiti kao neutralno polazište u razmatranju dubljih sporenja između infinitista i indefinitista, odnosno klasičara i intuicionista u matematici 472
96. *Teškoće topološke infinitističke teze i rezultati koji se mogu indefinitistički reinterpretirati*
Razmatrajući izvesne teškoće topološke infinitističke teze, otkrivamo da sporenje indefinitista i infinitista do izvesne tačke nema značajne posledice, donde naime dok se infinitistički rezultati mogu indefinitistički reinterpretirati 481
97. *Teškoće topološke infinitističke teze i neprevodivi infinitistički rezultati*
Ima infinitističkih matematičkih rezultata koji se ne mogu indefinitistički reinterpretirati; karakterističan primer predstavlja Kantorov ternarni skup – diskontinuum 486
98. *Metrička infinitistička teza*
Metričkom infinitističkom tezom se tvrdi da se jedan konačan nedegenerisan interval može sastojati iz beskonačno mnogo konačnih nedegenerisanih intervala koji se ne preklapaju; inače, s obzirom da interval konačan s obzirom na jedno metričko pravilo može izborom drukčijeg metričkog pravila postati beskonačan, prostor je metrički amorfan 489
99. *Teškoće metričke infinitističke teze*
Ako se shvati doslovno, metrička infinitistička teza podložna je svođenju na apsurd, s čim smo se već sreli u § 55 492
100. *Kinematička infinitistička teza*
Kinematička infinitistička teza je, nasuprot samo dinamičkom shvatanju beskonačnosti, teza dinamičkog infinitizma: beskonačnost je moguće savladati korak po korak 495

101. *Teškoće kinematičke infinitističke teze*

Teškoće kinematičke infinitističke teze opširno su izložene u § 56, a ovde samo upoređujemo izvesne kinematičke uslove koji, prema Grinbaumu, čine nemogućim izvršenje super-zadatka Tomsonove lampe sa sličnim uslovima koji izvršenje super-zadatka dve druge mašine, Blekove „Bete“ i „Game“ iz § 23, čine navodno mogućim, da bismo, prateći rezonovanje samih infinitista, još bolje sagledali koliko su čudni spoljašnji uslovi pod kojima se primenjuje definicija okončanog beskonačnog procesa kao serije diskretnih akata bez poslednjeg člana 498

G. POZITIVNA DIJALEKTIKA

102. *Ograničenje važenja principa neprotivrečnosti*

Bliže ispitivanje Hegelovog pojma prevazilaženja otkriva nam specifično ograničenje važenja principa neprotivrečnosti: dok teorema kompaktnosti dozvoljava da se na osnovu neprotivrečnosti svih konačnih podskupova rečenica nekog sistema zaključi da je ceo sistem, makar bio i beskonačan, neprotivrečan, Hegel, obrnuto, jemstvo razrešenja protivrečnosti bilo kojeg dela sistema traži u neprotivrečnosti celog sistema i, *a fortiori*, tvrdi da svaki pravi deo sistema nužno sadrži u sebi neku protivrečnost ako se izoluje; uvek moramo navesti bar onoliko odredaba koliko je neophodno da bismo bez protivrečnosti razlikovali ono što treba razlikovati 500

103. *Pozitivno-dijalektički odgovor na dokaze protiv mnoštva i kinematičke aporije*

Opšte ograničenje važenja principa neprotivrečnosti zahteva da se niz odredaba koje Zenonu omogućuju da izvrši *reductio ad absurdum* proširi da bi se protivrečje prevazišlo; Hegelovo se rešenje, posle ta-

kvog proširenja, ispostavlja kao pozitivno finitističko (§ 58) 506

104. *Teškoće pozitivno-dijalektičkog rešenja*

Pokazuje se kako se pomoću jednog prostog pravila svako od Hegelovih transcendirajućih razrešenja protivrečnosti može imanentistički reinterpretirati uz zadržavanje neograničene opštosti principa ne-protivrečnosti; tako najlakše uviđamo da Hegelovo rešenje ne daje nikakav odgovor na pitanje o broju deonica koje je Zevs izbrojao stigavši na cilj 509

ISHOD

105. *Jesu li svi poraženi?*

Unekoliko su svi učesnici Gigantomahije poraženi, utoliko, naime, što smo pronašli slabu tačku u svakom od odgovora na, bar neku, zenonovsku aporiju 515

106. *Sasvim nova strategija: nesaodrživost premisa spornog zaključka*

Poučeni iskustvom Gigantomahije i uvereni u mogućnost da premise neprihvatljivih zaključaka *staccato* i *legato* verzije Ahila iz §§ 20 i 21 budu istinite, opredeljujemo se za sasvim novu strategiju: ako je svaka od premisa neosporiva kao moguća, kontingentno istinita hipoteza, ne znači da premise u spornim zaključcima mogu zajedno biti istinite 518

107. *Nesaodrživost iskaza u logičkim sistemima s relevantnom implikacijom i intenzionalnom konjunkcijom*

Ako bismo formalno želeli da izrazimo rešenje *staccato* i *legato* verzije Ahila do kojeg smo došli na osnovu lošeg iskustva učesnika Gigantomahije, morali bismo se poslužiti logičkim sistemima s relevantnom implikacijom i intenzionalnom konjunkcijom, jer relevantna implikacija nije svodiva na materijalnu ili striktnu, a samo je u sistemima s rele-

vantnom implikacijom moguće reći da se dodavanjem nove hipoteze (da su Ahil ili Ahil i Zevs stigli na cilj) onemogućava izvođenje zaključaka koji bi sledili na osnovu prethodnih hipoteza, utoliko što nova hipoteza može relevantno protivrečiti prethodnim, odnosno biti nesaodrživa s njima 521

108. *Rešenje glavne teškoće i novi pogled na Gigantomahiju*
Usvajanje pretpostavke o nesaodrživosti premisa spornih zaključaka omogućava nam da sagledamo kako izvor teškoća u pokušajima razmatranim u Gigantomahiji, tako i aspekt njihove eventualne plauzibilnosti, pod određenim uslovima, uz određene specifikacije i reformulacije 524

POSLEDICE

109. *Rešenje staccato i legato verzije Ahila kao model za rešavanje ostalih verzija*
Ako je Ahil, trčeći najnormalnije, stigao na cilj, to znači da je negde morala biti narušena analogija između načina njegovog kretanja i Zevsovog brojanja deonica puta koje se smanjuju geometrijskom progresijom; to je osnov za rešenje problema vezanih za mašine koje treba da izvrše super-zadatke (§ 23); razlika između trkača iz § 22 koji usporava i Ahila nije u istinitosti ili neistinitosti već u modalnom statusu hipoteza; trkač iz § 22 koji neograničeno ubrzava nalazi se u istoj situaciji kao Ahil koji *staccato* juri kornjaču – s obzirom na transcendentnost trenutka u kojem bi trebalo stići na cilj 535

110. *Rešenje Dihotomije*

Trojanska muva koja leti napred-nazad između Ahila i kornjače koju on juri morala je prestati da se tako ponaša ako je Ahil stigao kornjaču, a zatim je još izvesno vreme morala da se kreće ili paralelno s Ahilom

ili paralelno s kornjačom, ako je Ahil prestigao kornjaču; zahvaljujući tome što nam je bar izvesno „slobodno“, nikakvim merenjem neizdeljeno vreme uvek, nužno na raspolaganju – moguće je pomeriti se 539

111. *Rešenje Ahila i Dihotomije kao model za rešavanje metričkih aporija*

Moguć je *reductio ad absurdum* uverenja da se jedna ograničena oblast može sastojati od beskonačno mnogo heterogenih neinfinitesimalnih delova, a matematičarima se čini da stvar stoji drugačije zbog specifičnog shematizma njihovog načina postupanja 542

112. *Rešenje metričkih aporija kao osnov za određivanje broja tačaka nekog prostora*

Ako se tačke shvate kao granice heterogenih delova linije, odnosno površine, odnosno, u krajnjoj liniji, tela, onda ih na ograničenom prostoru mora biti konačno mnogo, a koliko ih je tačno na određenom prostoru – empirijsko je pitanje; za beskonačno mnogo geometrijskih tačaka na ograničenom prostoru nema dovoljno mesta iako su geometrijske tačke tačke bez veličine 552

113. *Rešenje topoloških aporija i razlika između fizičkog i klasičnog matematičkog prostora*

Praveći korak *ab posse ad esse* matematičari sve moguće tačke tretiraju kao realne i tako matematički prostor postaje polje mogućih deoba; no, matematički prostor ne samo što nije realan, već nije moguć ni u smislu potencijalnosti jednovremene aktualizacije beskonačno mnogo tačaka 554

114. *Rešenje „Strele“ na osnovu rešenja topoloških aporija*

Budući da je beskonačno mnogo trenutaka nemoguće aktualizovati u ograničenom vremenu, kretati se pre svega znači zauzimati prostor veći od sebe,

a tek se u izvedenom, matematičkom smislu može reći da kretati se kontinuirano znači biti u različitim trenucima u različitim položajima 562

115. Rešenje „Strele“ i Hajzenbergove relacije neodređenosti
Slučajevi iz kvantne mehanike na kojima se interpretiraju Hajzenbergove relacije neodređenosti ujedno predstavljaju ilustraciju suštinske neodređenosti položaja tela u kretanju 566

116. Neodređenost položaja tela u kretanju i Borov princip komplementarnosti
S obzirom na takozvanu kopenhagensku interpretaciju kvantne mehanike; i talasno-čestični dualizam i svi drugi oblici komplementarnosti moraju se razumeti na osnovu prethodnog rešenja *Strele*: izbor eksperimentalne situacije vodi ispoljavanju inkompatibilnih a komplementarnih aspekata fenomena zbog toga što se kretanje tela fizički ne može svesti na skup različitih stanja; u okolnostima koje su holističke, to jest u okolnostima u kojima je nemoguće oštro razgraničenje ponašanja atomskih objekata i interakcije s mernim instrumentima koji služe da se definišu uslovi pod kojima se fenomeni pojavljuju, aktualizaciju različitih stanja putem stvaranja različitih konfiguracija prostora *ipso facto* individualizira proces na određen način, isključujući mogućnosti ispoljavanja komplementarnih aspekata 579

117. Ajnštajn-Podolski-Rouzenov „paradoks“

Iako Ajnštajn-Podolski-Rouzenov argument protiv navodno nužne nepotpunosti „ortodoksnog“ sistema kvantne mehanike nije valjan, jer kvantno-mehanička situacija koja je opisana u argumentu i koja bi trebalo da bude paradoksalna nije paradoksalna, ipak nam on omogućava da zamislimo situaciju u kojoj bi položaj čestice bio posrdno lokalizovan na više mesta bez promene njenog impulsa; no i tada bi

moglo da važi da nijedan mogući položaj između dva stvarna položaja ne bi mogao da bude konstatovan direktnim eksperimentom, ukoliko bi sama realizacija eksperimenta značila realizaciju mogućnosti koja je inkompatibilna sa sledeućim stanjem sistema prema kojem je mogući položaj o kojem je reč izračunat 598

118. Rešenje „Stadiona“ na osnovu razlikovanja matematičkog i fizičkog prostora i matematičkog i fizičkog vremena

Ako je kretanje tela kretanje u fizičkom prostoru i ako se sastoji u menjanju odnosa prema fizičkim telima, onda nije čudno što dužina pređenog puta kao mera takve promene ne mora biti ista pri istovremenom menjanju odnosa prema dvama telima uprkos unapred fiksiranoj jedinici mere, a to isto važi i za dužinu vremena tokom kojeg se promena odvijala; nije zbog relativnosti kretanja relativna samo brzina kretanja već to isto važi i za veličinu prostora i za dužinu vremena 610

119. Rešenje „Stadiona“ i galilejske transformacije

Poenta *Stadiona* bila je omalovažena u klasičnoj fizici ne samo zato što je u takozvanim galilejskim sistemima lako unutar jednog sistema prevesti kinematičke rezultate dobijene u drugim sistemima, već i zbog invarijantnosti forme mehaničkih zakona u tim sistemima 613

120. Rešenje „Stadiona“ i Lorencove transformacije

Neinertno ponašanje svetlosti dovelo je u teškoće galilejsko-njutnovsku mehaniku, ali čak i posle priznavanja Lorencovih negalilejskih transformacija kao adekvatnog matematičkog sredstva za međusistemsko preračunavanje dužina intervala, poenta *Stadiona* nije iskorišćena za kinematičko relativiziranje prostornih i vremenskih intervala, već je spe-

cijalnom, Lorenc-Ficdžeraldovom hipotezom modifikacija dužine tumačena kao apsolutno skraćivanje predmeta u pravcu kretanja kroz etar 620

121. *Prostor, vreme i prostorvreme*

Specijalnorelativističke modifikacije prostornih i vremenskih intervala konačno oživljavaju poentu *Stadiona*: vreme se više ne tretira kao spoljašnji parametar već se prostornim koordinatama pridružuje kao nova koordinata koja varira od mesta do mesta; time događaji postaju osnovni elementi sveta, a vreme postaje lokalno 622

122. „Paradoks“ blizanaca

Pokazano je kako iz samog glavnog postulata Specijalne teorije relativiteta sledi da usmerenost kretanja, ne samo svetlosti već i bilo kojeg tela, mora biti šekspirovsko svojstvo, koje je od posmatrača nezavisno; posledica toga je da se na kraju putovanja opisanog u takozvanom Paradoksu blizanaca, gde su se blizanci udaljavali, približavali i na kraju ponovo sreli, mora ispostaviti da se jedan od njih kretao brzinom koja je bila bliža brzini svetlosti od brzine onog drugog, što je konačno i jedino ispravno objašnjenje toga zašto se on ispostavio mlađim; naime, vremenska metrika onoga koji se kretao brže u apsolutnom smislu čini sama po sebi da njegovo vreme teče sporije; u otvorenom ravnom prostorvremenu Minkovskog, tačka obrta u putovanju neophodna je samo zato da bismo mi bili u stanju da ustanovimo koji se od blizanaca kretao brzinom bližom brzini svetlosti, dok ta tačka obrta sama po sebi nije uzrok razlike u starenju, kako se pogrešno tvrdi u nekim poznatim dinamičkim i geometrijskim objašnjenjima; u ravnom ali zatvorenom prostorvremenu isti rezultat će se dobiti i posle putovanja u kojem nije bilo nikakvog usporavanja i ubrzavanja i

u kojem nijedan od blizanaca nije menjao referencijalni sistem. 633

123. *Kinematička relativnost oblika*

Analogno pojavi nejednoznačnosti dužina, pod izesnim kinematičkim uslovima možemo otkriti i nejednoznačnost oblika 656

124. *Egzaktna kvadratura kruga i određenje dužine π , problem rektifikacije krivih i narušavanje identiteta geometrijskih objekata u promeni*

Ako zadatak da se izvrši kvadratura kruga postavimo u izvornom obliku, a to znači bez ikakvih kasnije nametnutih, naročitih ograničenja u pogledu dopuštenih sredstava, onda ga možemo izvršiti isto toliko egzaktno koliko egzaktno možemo odrediti tačku na brojnoj osi koja odgovara broju $\sqrt{2}$, a to znači u načelu savršeno tačno; isto važi i za kubaturu lopte i određenje tačke koja odgovara broju π ; no, sve to ne znači da jedna kružna geometrijska linija ikada može postati kvadratna, pošto imamo razloga da tvrdimo da se prilikom preoblikovanja narušava identitet geometrijskih objekata o kojima je reč 658

125. *Ontološki status geometrijskih objekata i matematičke definicije kontinuuma*

O matemtičkim sporovima ne treba odlučivati samo na osnovu filozofskih razloga, kao što u filozofskim sporovima ne možemo presuđivati pozivanjem na matematičke definicije; s filozofske strane gledano, imajući u vidu primarni način postojanja tačaka, možemo, uz redefinisan pojam konvergenije iz § 95, prihvatiti da se bilo koja fiksirana tačka na pravoj može predstaviti kantorovskim nizovima racionalnih brojeva, ali odatle ne sledi da se linija sastoji iz tačaka 662

126. *Nerealnost Kantorovog diskontinuumu*

Činjenica da matematičar infinitista ne vodi računa o ontološkom statusu geometrijskih objekata još više pada u oči u onim slučajevima u kojima, kao u Kantorovom diskontinuumu, nesamostalna bića, poput tačaka, u skladu s matematičkim načinom postupanja, postaju samostalna 664

127. *Nerealnost krivih bez tangenti i ostalih znamenitih krivih*

Isto toliko koliko je nerealan Kantorov diskontinuum, nerealne su i krive bez tangenti, kriva koja se sa samom sobom seče u svakoj tački, kriva koja nastaje takvim kretanjem tačke da uspeva da prekrije čitav kvadrat i druge „znamenite krive“; operativno se ontološka razlika između kruga i „znamenitih krivih“ ispoljava u tome što, za razliku od crtanja ostalih krivih u ograničenim intervalima u kojima su znamenite, pri crtanju kruga ne bismo izvršavali *super-zadatak* 666

128. *Matematička pravila igre i asimetrija između statički i dinamički shvaćene beskonačnosti*

Odlikujući se dvojakim i dinamičkim posmatranjem, matematičar, u skladu sa svojim pravilima igre, i ono što je samo dinamički moguće statički ontologizira i zato njegovi objekti liče na „patka-zec“ crteže, poznate iz geštalt-psihologije 676

129. *Kontinuirane i diskontinuirane promene, statički i dinamički shvaćena beskonačnost i Boškovićeve aporije sudara*

To što ima jednako ubrzanih kretanja ne znači da se ona odvijaju tako što se brzina menja u svakom trenutku; rešavajući drukčije od Boškovića njegovu aporiju sudara, mi ne samo što prihvatamo sudare i nagle promene, već nagle promene smatramo primarnima a o kontinuiranim govorimo u izvedenom

smislu – matematičkog karakterisanja a ne onto-
loškog definisanja izvesnih zbivanja ili struktura *sui*
generis 682

130. *Realitet i struktura prostora i vremena*

Ishod i sve dosadašnje posledice Gigantomahije ne samo što ukazuju da prostor po sebi i vreme po sebi nisu struktuirani, već govore u prilog antisupstancijalističkom shvatanju njihovog realiteta; no, uvođenjem kvalitativne razlike neispunjeni delovi prostora, vremena, ili prostorvremena, postaju *nihil privativum* i kao takvi nisu *nihil negativum*, zbog čega treba prihvatiti samo modalnu verziju takozvanog Aristotelovog antisupstancijalističkog principa 686

131. *Avgustinov „paradoks“*

To što mi izražavajući se melisovski, možemo da govorimo o vremenu pre Stvaranja ili prostorvremenu pre „velike eksplozije“ (*big bang*), ne znači da, shodno modalnoj verziji Aristotelovog antisupstancijalističkog principa, za njih ne važi Parmenidov ontološki princip koji smo nazvali *indiscernibilitas identitatum* 695

132. *Aritmetika, geometrija, fizika*

Iskustvo dosadašnjeg istraživanja omogućava nam da filozofski bolje sagledamo odnos između pojedinih nauka ili naučnih disciplina; „razvod“ geometrije i aritmetike u Grčkoj, posle „zlatnog doba“ logike, doneo je najpre korist geometriji, jer se model opirao krutim i siromašnim aritmetičkim pravilima, ali je kasnije omogućio i slobodno razvijanje aritmetike, bez vezanosti za model; današnja, ponovo aritmetizovana geometrija stvara najviše problema filozofima, ali ne zbog navodne krize naše intuicije, već zbog novih pitanja koja se tiču veze matematike s fizičkim svetom; novovekovna matemtička fizika nas prirodno vuče u infinitizam i tek je susret s fenome-

nima kvantne mehanike bio opomena da ne padne-
mo u *hybris* verujući da je moguće i ono što Zevsu
nije bilo moguće. 696

133. *Aporije, nauka, filozofija*

Rešavanje Zenonovih aporija, koje spadaju među
probleme s najbogatijom i najrazgranatijom istori-
jom, dragoceno je iskustvo, koje nam, na kraju, po-
maže ne samo da bolje sagledamo prirodu aktivno-
sti koja se naziva filozofijom, i njeno mesto među
naukama, već i da povratimo veru u njenu moć: nje-
ni iskazi su, i ako su analitički–informativni, jer
analitički iskazi ne moraju biti trivijalni: oni mogu
isključivati mnoge *prima facie* mogućnosti; put do
takvih iskaza vodi kroz aporije 701

NAPOMENE 711

NAVEDENA DELA 745

SPACE, TIME, ZENO (*Analytical table of contents*) 773